

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Мордовский государственный педагогический  
университет имени М.Е. Евсеевьева»  
Физико-математический факультет**

Кафедра математики и методики обучения математике

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Алгебра и теория чисел**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Информатика. Математика

Форма обучения: Очная

Разработчики:

канд. физ.-мат. наук, зав. кафедрой математики и методики обучения математике  
Ладошкин М. В.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 13 от 27.06.2019 года

Зав. кафедрой

*lag*

Ладошкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 8 от 23.03.2020 года

Зав. кафедрой

*lag*

Ладошкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 1 от 31.08.2020 года

Зав. кафедрой

*lag*

Ладошкин М. В.

## **1. Цель и задачи изучения дисциплины**

Цель изучения дисциплины – воспитание общей алгебраической и теоретико-числовой культуры, необходимой будущему учителю математики для глубокого понимания целей и задач обучения в системе среднего образования с учетом содержательной специфики курсов «Математика», «Алгебра и начала анализа», «Геометрия»; видение логических и содержательно-методических связей в предметной математической области.

Задачи дисциплины:

- систематическое изучение наиболее важных типов алгебраических систем, в частности, групп, колец, полей, векторных пространств;;
- рассмотрение одних из важнейших примеров колец – кольца классов вычетов и кольца многочленов от одной переменной над полем, выяснение их важнейших свойств;
- формирование навыков решения сравнений и применения их к арифметическим задачам;
- решение проблемы делимости в кольце целых чисел и в кольце многочленов от одной переменной над полем;
- решение проблемы существования корней многочленов над полем.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина К.М.06.03 «Алгебра и теория чисел» относится к обязательной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 1, 2 курсе, в 2, 3, 4 семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: знание школьного курса алгебры и начал математического анализа

Изучению дисциплины «Алгебра и теория чисел» предшествует освоение дисциплин (практик):

Вводный курс математики;

Элементарная математика.

Освоение дисциплины «Алгебра и теория чисел» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Математический анализ;

Методика обучения математике.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Алгебра и теория чисел», включает: 01 Образование и наука (в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования, профессионального обучения, профессионального образования, дополнительного образования).

Типы задач и задачи профессиональной деятельности, к которым готовится обучающийся, определены учебным планом.

## **3. Требования к результатам освоения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

| Компетенция в соответствии ФГОС ВО  |   |
|---|---|
| Индикаторы достижения компетенций   | Образовательные результаты  |
| <b>ПК-3. Способен реализовывать образовательные программы различных уровней в соответствии с современными методиками и технологиями, в том числе информационными, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса.</b>       |   |
| ПК-3.2 Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. | знать:<br>- - линейную алгебру как основу школьного курса алгебры;<br>- теорию чисел как основу школьного курса алгебры;<br>- алгебру многочленов школьного курса алгебры; уметь:<br>- обосновывать построение основных алгебраических структур в школьном курсе; |

|  |  |
|--|--|
|  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- выделять теоретико-числовые основы школьного курса математики;</li> <li>владеть:</li> <li>- методами решения уравнений различных степеней;</li> <li>- методами отделения корней уравнения.</li> </ul> |
|--|--|

## ПК-6. Способен проектировать содержание образовательных программ и их элементов.

### проектная деятельность

|   |  |
|---|--|
| ПК-6.1 Участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ.                       | <p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия теории чисел и алгебры многочленов и аналитической геометрии, позволяющие осуществлять основные и дополнительные образовательные программы;</li> <li>- основные алгебраические структуры, позволяющие развивать у обучающихся познавательную активность;</li> </ul> <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать задачи с использованием теории сравнений в зоне ближайшего развития школьника;</li> <li>- решать задачи на многочлены от нескольких переменных, применяемые в школьном курсе математики;</li> </ul> <p>владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычислительными навыками алгебры и теории чисел.</li> </ul> |
| ПК-6.2 Проектирует рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика». | <p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- элементы теории симметрических многочленов, применяемые в школьном курсе;</li> <li>- теорему Безу для многочленов и ее приложения;</li> <li>- методы решения сравнений от одной переменной; уметь:</li> <li>- решать системы сравнений;</li> <li>- составлять таблицы групп Кэли преобразований; владеть:</li> <li>- решения задач школьного курса методами высшей алгебры и теории чисел.</li> </ul>   |

## 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

| Вид учебной работы | Общая трудоемкость |     |       | Контактная работа |        | Самостоятельная работа | Вид промежуточной аттестации |
|--------------------|--------------------|-----|-------|-------------------|--------|------------------------|------------------------------|
|                    | Часы               | ЗЕТ | Всего | Практические      | Лекции |                        |                              |
| Период контроля    |                    |     |       |                   |        | Всего                  | Экзамен                      |
| Всего              | 288                | 8   | 162   | 108               | 54     | 55                     | 71                           |
| Второй семестр     | 108                | 3   | 58    | 38                | 20     | 20                     | Экзамен-30                   |
| Третий семестр     | 108                | 3   | 54    | 36                | 18     | 22                     | Экзамен-32                   |
| Четвертый семестр  | 72                 | 2   | 50    | 34                | 16     | 13                     | Экзамен-9                    |

## 5. Содержание дисциплины

### 5.1 Содержание разделов дисциплины

#### Раздел 1. Линейная алгебра:

Линейные пространства. Базис в сумме и пересечении линейных подпространств. Матрица перехода к новому базису. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. Линейные операторы. Спектр линейного оператора.

**Раздел 2. основные алгебраические структуры:**

Группы. Подгруппы. Кольца. Поля. Комплексные числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.

**Раздел 3. Экзамен:**

Итоговое занятие по 2 семестру.

**Раздел 4. Теория делимости:**

Кольцо целых чисел. НОД и НОК целых чисел. Подходящие и цепные дроби. Признаки делимости. Линейные диофантовы уравнения.

**Раздел 5. Теория сравнений:**

Понятие сравнения. Системы сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках.

**Раздел 6. Экзамен:**

Систематизация знаний за третий семестр.

**Раздел 7. Многочлены от одной переменной:**

Кольцо многочленов от одной переменной. Метод отделения корней многочлена. Производная многочлена. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов.

**Раздел 8. Многочлены от нескольких переменных:**

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Результант многочленов. Формулы Кардано и Феррари.

**Раздел 9. Экзамен:**

Повторение и систематизация материала за четвертый семестр.

**5.2 Содержание дисциплины: Лекции (54 ч.)**

**Раздел 1. Линейная алгебра (10 ч.)**

Тема 1. Линейные пространства (2 ч.)

Определение линейного пространства. Линейная зависимость и независимость. Базис в линейном пространстве. Теорема о разложении вектора по базису

Тема 2. Базис в сумме и пересечении линейных подпространств (2 ч.)

Определение линейного подпространства. Сумма линейных подпространств. Нахождение базиса в сумме линейных подпространств. Пересечение линейных подпространств. Базис в пересечении линейных подпространств

Тема 3. Матрица перехода к новому базису. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису (2 ч.)

Координаты вектора. Нахождение координат вектора. Матрица замены базиса. Замена матрицы координат вектора при замене базиса

Тема 4. Линейные операторы (2 ч.)

Матрица линейного оператора. Геометрические линейные операторы, построение их матриц. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса

Тема 5. Спектр линейного оператора (2 ч.)

Спектр линейного оператора. Условие диагонализируемости линейного оператора. Геометрическая и алгебраическая кратность собственного значения

**Раздел 2. Основные алгебраические структуры (10 ч.)**

Тема 6. Группы (2 ч.)

Определение группы. Примеры групп: группа подстановок, матричные группы, функциональные группы. Таблица Кэли группы. Исследование свойств групп на основе таблицы Кэли

Тема 7. Подгруппы (2 ч.)

Понятие подгруппы. Факторгруппы. Факторизация группы по подгруппе. Нормальная подгруппа. Исследование свойств подгруппы по таблице Кэли.

Тема 8. Кольца. Поля. (2 ч.)

Понятие кольца. Свойства колец. Примеры колец. Кольцо целых чисел и кольцо матриц как основные модельные примеры колец. Поле. Примеры полей

Тема 9. Комплексные числа (2 ч.)

Построение поля комплексных чисел. Понятие комплексного числа. Действия над

комплексными числами. различные формы записи комплексного числа. действия над числами в различной форме записи.

Тема 10. Тригонометрическая форма записи комплексного числа (2 ч.)

Действия над числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Группа корней  $\pi$  степени из комплексного числа

#### **Раздел 4. Теория делимости (10 ч.)**

Тема 11. Кольцо целых чисел (2 ч.)

Идеалы кольца целых чисел. Кольцо главных идеалов. Каноническое разложение числа на простые множители

Тема 12. НОД и НОК целых чисел (2 ч.)

Алгоритм Евклида. Нахождение НОД и НОК с помощью алгоритма Евклида. Решение уравнений в целых числах

Тема 13. Подходящие и цепные дроби (2 ч.)

Цепные дроби. Подходящие дроби. Применение цепных дробей к представлению десятичных дробей

Тема 14. Признаки делимости (2 ч.)

Вывод и доказательство признаков делимости. Универсальный признак делимости.

Тема 15. Линейные диофантовы уравнения (2 ч.)

Решение уравнений в целых числах. Линейные уравнения от двух переменных. структура решения и метод решения с помощью алгоритма Евклида

#### **Раздел 5. Теория сравнений (8 ч.)**

Тема 16. Понятие сравнения (2 ч.)

Определение сравнения. Решение сравнений с помощью таблиц Кэли. Структура множества решений сравнения первой степени

Тема 17. Системы сравнений (2 ч.)

Системы сравнений по одному модулю. Методы решения. Системы сравнений по разным модулям.

Тема 18. Теоремы Эйлера и Ферма (2 ч.) Теорема Эйлера. Теорема Ферма. Теорема Вильсона.

Тема 19. Китайская теорема об остатках (2 ч.)

Китайская теорема об остатках. Два способа доказательства. Приложения к решению задач школьного курса и олимпиадных.

#### **Раздел 7. Многочлены от одной переменной (8 ч.)**

Тема 20. Кольцо многочленов от одной переменной (2 ч.)

Построение кольца многочленов от одной переменной. Свойства кольца многочленов от одной переменной.

Тема 21. Метод отделения корней многочлена (2 ч.)

Теорема о количестве корней многочлена на промежутке. Метод Штурма. Теорема Штурма

Тема 22. Производная многочлена (2 ч.)

Понятие производной многочлена. Метод отделения кратных корней. Использование понятия производной многочлена для решения задач школьного курса

Тема 23. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов (2 ч.)

Теорема о делении с остатком в кольце многочленов. Алгоритм Евклида. Каноническое разложение многочленов

#### **Раздел 8. Многочлены от нескольких переменных (8 ч.)**

Тема 24. Кольцо многочленов от нескольких переменных (2 ч.)

Кольцо многочленов от одной переменных. Существование кольца многочленов от нескольких переменных. Изоморфизм колец многочленов

Тема 25. Симметрические многочлены (2 ч.)

Основная теорема о симметрических многочленах. Доказательство лемм о симметрических многочленах.

Тема 26. Результант многочленов (2 ч.)

Результант многочленов. Применение к решению систем уравнений

Тема 27. Формулы Кардано и Феррари (2 ч.)

Формулы решения уравнений 3й и 4й степеней

### **5.3 Содержание дисциплины: Практические (108 ч.)**

## **Раздел 1. Линейная алгебра (18 ч.)**

Тема 1. Базисы в сумме и пересечении линейных подпространств (2 ч.)

1. Алгоритм нахождения базиса в сумме линейных пространств, заданных линейными оболочками.

2. Алгоритм нахождения базиса в пересечении линейных пространств, заданных линейными оболочками

Тема 2. Ранг матрицы (2 ч.)

1. Ранг матрицы. Ранг системы векторов.

2. Применение теоремы Кронекера-Капелли к решению задач.

3. Нахождение обратной матрицы методом алгебраических дополнений

Тема 3. Линейное отображение (2 ч.)

1. Линейное отображение.

1. Запись матрицы линейного отображения и линейного оператора.

Тема 4. Ядро и образ линейного оператора (2 ч.)

2. Вычисление ядра линейного оператора, заданного матрицей.

3. Вычисление образа линейного оператора, заданного матрицей

Тема 5. Замена базиса в линейном пространстве (2 ч.)

1. Замена базиса в линейном пространстве.

2. Изменение матриц координат вектора при замене базиса

Тема 6. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса (2 ч.)

1. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса

2. Изменение матрицы линейного отображения при замене матриц в пространстве образов и прообразов.

Тема 7. Геометрические операторы (2 ч.)

1. Исследование матриц линейных операторов симметрии

2. Исследование матриц линейного оператора проекции

Тема 8. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора (2 ч.)

1. Построение характеристического уравнения

2. Нахождение собственных чисел линейного оператора

3. Нахождение собственных векторов линейного оператора

Тема 9. Контрольная работа по теме «Линейные пространства» (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы по теме «Линейные операторы и линейные пространства»

## **Раздел 2. основные алгебраические структуры (18 ч.)**

Тема 10. Понятие группы (2 ч.)

1. Примеры групп. Проверка групповых свойств.

2. Таблица Кэли

Тема 11. Группа подстановок. Подгруппа (2 ч.)

1. Группа подстановок.

2. Подгруппы группы подстановок. Изоморфизм подгрупп

Тема 12. Кольца. Примеры колец (2 ч.)

1. Кольцо. Примеры колец.

2. Коммутативные кольца. Некоммутативные кольца.

3. Подкольцо. Идеалы колец

Тема 13. Поле. Примеры полей. (2 ч.)

1. Понятие поля.

2. Операции в поле

3. Обратимость элемента. Доказательство свойств поля

Тема 14. Поле комплексных чисел (2 ч.)

1. Поле комплексных чисел.

2. Действия над числами в алгебраической форме

Тема 15. Тригонометрическая форма записи комплексного числа (2 ч.)

1. Тригонометрическая форма записи комплексного числа

2. Действия над числами в тригонометрической форме

Тема 16. Корни из комплексного числа (2 ч.)

1. Формула Муавра.

2. Корни из комплексного числа. Группа корней  $n$ -ой степени из 1.

3. Изоморфизм и свойства группы. Первообразные корни

Тема 17. Матричное представление комплексных чисел (2 ч.)

1. Матричное представление комплексных чисел.

2. Действия над комплексными числами

Тема 18. Контрольная работа по теме "Комплексные числа" (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы по теме "Комплексные числа"

**Раздел 3. Экзамен (2 ч.)**

Тема 19. Итоговое занятие по 2 семестру (2 ч.)

Обобщение и систематизация знаний по материалу 2 семестра.

1. Подготовка к экзамену

**Раздел 4. Теория делимости (18 ч.)**

Тема 20. Теория делимости (2 ч.)

1. Признаки делимости.

2. Деление с остатком.

3. Алгоритм Евклида

Тема 21. НОК и НОД целых чисел (2 ч.)

1. Нахождение НОД и НОК целых чисел с помощью алгоритма Евклида.

2. Нахождение канонического разложения.

3. Нахождение НОД и НОК с помощью канонического разложения

Тема 22. Подходящие и цепные дроби (2 ч.)

1. Подходящие дроби.

2. Алгоритм получения числителя и знаменателя подходящей дроби.

3. Применение к решению задач школьного курса

Тема 23. Признаки делимости (2 ч.)

1. Вывод признаков делимости.

2. Применение делимости к решению задач

Тема 24. Решение задач школьного курса (2 ч.)

1. Решение задач школьного курса на теорию делимости.

2. Олимпиадные задачи.

3. Задачи ЕГЭ

Тема 25. Решение диофантовых уравнений (2 ч.)

1 Понятие целочисленного уравнения.

2. Линейные диофантовы уравнения.

Тема 26. Методы решения нелинейных диофантовых уравнений (2 ч.)

1. Метод подбора

2. Метод оценки

Тема 27. Основные числовые функции (2 ч.)

1. Число натуральных делителей числа

2. Сумма натуральных делителей

Тема 28. Контрольная работа по теме теория делимости (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы по теме "Теория делимости"

**Раздел 5. Теория сравнений (16 ч.)**

Тема 29. Сравнения (2 ч.)

1. Примеры сравнений.

2. Решение сравнений первой степени методом подбора

3. Решение сравнений по таблице Кэли

Тема 30. Системы сравнений (2 ч.)

1. Решение систем сравнений методом Гаусса

2. Решение сравнений по формулам Крамера

Тема 31. Системы сравнений по разным модулям (2 ч.)

1. Решение сравнений по разным модулям.

2. Применение китайской теоремы об остатках

Тема 32. Применение сравнений в школьном курсе (2 ч.)

1. Применение сравнений и систем по одному модулю в решении задач школьного курса и олимпиадных

2. Применение китайской теоремы об остатках в школьном курсе

Тема 33. Сравнения высших порядков (2 ч.)

1. Методы решения сравнений высших порядков.

2. Теория индексов

Тема 34. Вычеты. (2 ч.)

1. Квадратичные вычеты и невычеты.

2. Решение сравнений второго порядка с помощью вычетов

Тема 35. Метод Эйлера (2 ч.)

1. Метод Эйлера решения сравнений.

2. Применение теоремы Вильсона

Тема 36. Контрольная работа по теме «Теория сравнений» (2 ч.)

Выполнение контрольной работы по теме «Теория сравнений»

## **Раздел 6. Экзамен (2 ч.)**

Тема 37. Систематизация знаний за третий семестр (2 ч.)

1. Повторение и систематизация знаний за 3 семестр

2. подготовка к экзамену

## **Раздел 7. Многочлены от одной переменной (16 ч.)**

Тема 38. Многочлены от одной переменной (2 ч.)

1. Понятие многочлена от одной переменной.

2. Корень многочлена.

3. Теорема Безу

Тема 39. Теорема о делении с остатком (2 ч.)

1. Деление с остатком в кольце многочленов

2. Алгоритм Евклида

Тема 40. НОД и НОК многочленов (2 ч.)

1 НОД многочленов алгоритмом Евклида

2. НОК многочленов

Тема 41. Многочлены третьей и четвертой степеней (2 ч.)

1. Решение уравнений третьей степени по формулам Кардано

2. Решение уравнений четвертой степени по формулам Феррари

Тема 42. Кратные корни (2 ч.)

1. Понятие кратного корня.

2. Отделение корней многочлена.

3. Метод Штурма

Тема 43. Схема Горнера (2 ч.)

1. Применение схемы Горнера к нахождению значений многочлена

2. Применение схемы Горнера к делению многочленов.

Тема 44. Неприводимые многочлены (2 ч.)

1. Неприводимые многочлены.

2. Каноническое разложение над вещественными числами

3. Каноническое разложение над комплексными числами

Тема 45. Контрольная работа по теме "Многочлены от одной переменной" (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы "Многочлены от одной переменной"

## **Раздел 8. Многочлены от нескольких переменных (16 ч.)**

Тема 46. Многочлены от нескольких переменных (2 ч.)

1. Многочлены от нескольких переменных

2. Нормальное представление многочлена

Тема 47. Лексикографическое упорядочивание (2 ч.)

1. Отношение порядка на одночленах

2. Высшие члены

3. Нахождение высших членов

Тема 48. Теорема Виета (2 ч.)

1. Теорема Виета

2. Выражение многочлена от корней через коэффициенты

Тема 49. Полиномы над целыми и рациональными числами (2 ч.)

1. Критерий Эйзенштейна

2. Каноническое разложение над целыми числами

Тема 50. Многочлены над конечными полями и кольцами (2 ч.)

1. Многочлены над кольцами вычетов

2. Многочлены над полями вычетов

Тема 51. Многочлены от нескольких переменных в ЕГЭ (2 ч.)

1. Решение задач на применение теории многочленов в школьном курсе

Тема 52. Результант полиномов (2 ч.)

1. Вычисление результанта.

2. Применение результанта к решению систем и задач с параметром

Тема 53. Контрольная работа по теме «Многочлены от нескольких переменных» (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы по теме «Многочлены от нескольких переменных»

### **Раздел 9. Экзамен (2 ч.)**

Тема 54. Повторение и систематизация материала за четвертый семестр (2 ч.)

1. Повторение и систематизация материала за третий семестр.

2. Подготовка к экзамену

## **6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (разделу)**

### **6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы**

#### **Второй семестр (20 ч.)**

##### **Раздел 1. Линейная алгебра (10 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Вид СРС: Подготовка к лекционным занятиям

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

##### **Раздел 2. Основные алгебраические структуры (10 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Вид СРС: Подготовка к лекционным занятиям

Вид СРС: Подготовка к промежуточной аттестации

#### **Третий семестр (22 ч.)**

##### **Раздел 4. Теория делимости (11 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Вид СРС: Подготовка к лекционным занятиям

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

##### **Раздел 5. Теория сравнений (11 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Вид СРС: Подготовка к лекционным занятиям

Вид СРС: Подготовка к промежуточной аттестации

#### **Четвертый семестр (13 ч.)**

##### **Раздел 7. Многочлены от одной переменной (6 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Вид СРС: Подготовка к лекционным занятиям

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

##### **Раздел 8. Многочлены от нескольких переменных (7 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Вид СРС: Подготовка к лекционным занятиям

Вид СРС: Подготовка к промежуточной аттестации

## **7. Тематика курсовых работ(проектов)**

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

## **8. Оценочные средства**

### **8.1 Компетенции и этапы формирования**

| №<br>п/п | Оценочные средства | Компетенции, этапы их<br>формирования |
|----------|--------------------|---------------------------------------|
|          |                    |                                       |

|   |                                  |             |
|---|----------------------------------|-------------|
| 1 | Предметно-методический модуль    | ПК-6, ПК-3. |
| 2 | Психолого-педагогический модуль  | ПК-3.       |
| 3 | Предметно-технологический модуль | ПК-6, ПК-3. |

## 8.2 Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

| Шкала, критерии оценивания и уровень сформированности компетенции   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 2 (не зачтено) ниже порогового  | 3 (зачтено) пороговый   | 4 (зачтено) базовый   | 5 (зачтено) повышенный  |
| ПК-3 Способен реализовывать образовательные программы различных уровней в соответствии с современными методиками и технологиями, в том числе информационными, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса                        |   |   |   |
| ПК-3.2 Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения.         |   |   |   |
| Не способен<br>Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. | В целом успешно, но бессистемно<br>Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. | В целом успешно, но с отдельными недочетами<br>Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. | Способен в полном объеме Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. |
| ПК-6 Способен проектировать содержание образовательных программ и их элементов  |   |   |   |
| ПК-6.1 Участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ.   |   |   |   |
| Не способен<br>Участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ.   | В целом успешно, но бессистемно<br>Участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ.   | В целом успешно, но с отдельными недочетами<br>Участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ.   | Способен в полном объеме Участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ.   |
| ПК-6.2 Проектирует рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика».   |   |   |   |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| Не способен<br>Проектирует рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика». | В целом успешно, но бессистемно<br>Проектирует рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика». | В целом успешно, но с отдельными недочетами<br>Проектирует рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика». | Способен в полном объеме Проектирует рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика». |
|---|---|---|---|

| Уровень сформированности компетенции | Экзамен (дифференцированный зачет) |           |
|--------------------------------------|------------------------------------|-----------|
| Повышенный                           | 5 (отлично)                        | 90 – 100% |
| Базовый                              | 4 (хорошо)                         | 76 – 89%  |
| Пороговый                            | 3 (удовлетворительно)              | 60 – 75%  |
| Ниже порогового                      | 2 (неудовлетворительно)            | Ниже 60%  |

### 83. Вопросы промежуточной аттестации

#### Второй семестр (Экзамен, ПК-3.2, ПК-6.1, ПК-6.2)

1. Описать матричное представление комплексных чисел.
2. Привести примеры описания матричного представления комплексных чисел.
3. Описать группу комплексных корней из 1.
4. Построить изоморфизм данной группы с группой симметрий.
5. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа.
6. Вывести формулу Муавра.
7. Продемонстрируйте применение формулы Муавра.
8. Вывести формулу корней  $n$ -ой степени из комплексного числа.
9. Продемонстрируйте применение формулы корней  $n$ -ой степени из комплексного числа.
10. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа.
11. Определить умножение комплексных чисел в тригонометрической форме.
12. Определить деление комплексных чисел в тригонометрической форме
13. Сформулировать понятие алгебраической формы записи комплексного числа.
14. Определить действия над комплексными числами в алгебраической форме.
15. Привести примеры действий над комплексными числами в алгебраической форме.
16. Определить понятие отношения эквивалентности, факторизации, смежных классов.
17. Проиллюстрировать понятия отношения эквивалентности, факторизации, смежных классов примерами из теории групп.
18. Сформулировать понятие кольца.
19. Определить понятие изоморфизма колец.
20. Проиллюстрируйте понятие изоморфизма примерами
21. Сформулировать понятие поля.
22. Определить понятие изоморфизма полей.
23. Проиллюстрируйте понятие изоморфизма примерами
24. Сформулировать понятие симметризации.
25. Построить поле комплексных чисел методом пар
26. Рассмотреть построение таблицы Кэли на примере групп подстановок.
27. Проиллюстрировать на примере групп подстановок нахождение обратного элемента.
28. Проиллюстрировать на примере групп подстановок описание свойств группы по таблице Кэли.
29. Рассмотреть построение таблицы Кэли на примере группы симметрий правильного многоугольника.
30. Проиллюстрировать на примере группы симметрий правильного многоугольника нахождение обратного элемента, подгрупп, описание свойств группы по таблице Кэли.

31. Определить основные алгебраические структуры.
32. Дать понятие группы.
33. Определить основные алгебраические структуры.
34. Привести примеры групп.
35. Выделить виды групп
36. Определить понятие изоморфизма групп.
37. Привести примеры
38. Доказать свойства поля при построении методом пар
39. Рассмотреть понятие подгруппы.
40. Определить нормальную подгруппу
41. Описать свойства кольца.
42. Доказать основные свойства кольца
43. Описать фактор-кольцо на примере классов вычетов
44. Доказать теорему Лагранжа о порядке подгруппы конечной группы
45. Описать поле частных.
46. Привести пример построения поля частных для кольца целых чисел
47. Привести пример некоммутативных колец.
48. Описать двойные и дуальные числа.
49. Описать кватернионы.
50. Охарактеризовать алгебраическую структуру кватернионов.

### **Третий семестр (Экзамен, ПК-3.2, ПК-6.1, ПК-6.2)**

1. Дайте определение кольца целых чисел.
2. Дайте определение идеала кольца целых чисел и кольцо главных идеалов.
3. Опишите каноническое разложение числа на простые множители.
4. Продемонстрируйте каноническое разложение числа на простые множители.
5. Охарактеризуйте НОД и НОК целых чисел.
6. Опишите алгоритм Евклида.
7. Продемонстрируйте нахождение НОД и НОК с помощью алгоритма Евклида.
8. Продемонстрируйте решение уравнений в целых числах
9. Охарактеризуйте подходящие и цепные дроби.
10. Продемонстрируйте применение цепных дробей к представлению десятичных дробей.
11. Опишите признаки делимости.
12. Продемонстрируйте вывод и доказательство признаков делимости.
13. Опишите универсальный признак делимости.
14. Охарактеризуйте линейные диофантовы уравнения.
15. Продемонстрируйте решение уравнений в целых числах.
16. Охарактеризуйте линейные уравнения от двух переменных.
17. Опишите структуру решения и метод решения с помощью алгоритма Евклида.
18. Дайте понятие сравнения.
19. Опишите решение сравнений с помощью таблиц Кэли.
20. Опишите структуру множества решений сравнения первой степени.
21. Охарактеризуйте системы сравнений.
22. Охарактеризуйте системы сравнений по одному модулю.
23. Опишите методы решения сравнений.
24. Опишите системы сравнений по разным модулям.
25. Охарактеризуйте теорему Эйлера.
26. Охарактеризуйте теорему Ферма.
27. Охарактеризуйте теорему Вильсона.
28. Охарактеризуйте китайскую теорему об остатках.
29. Покажите приложения китайской теоремы об остатках к решению задач школьного курса и олимпиадных.
30. Опишите признаки делимости.
31. Продемонстрируйте нахождение НОД и НОК целых чисел с помощью алгоритма Евклида.
32. Продемонстрируйте нахождение канонического разложения.

33. Продемонстрируйте нахождение НОД и НОК с помощью канонического разложения
34. Продемонстрируйте реализацию алгоритма получения числителя и знаменателя подходящей дроби.
35. Продемонстрируйте применение делимости к решению задач
36. Продемонстрируйте решение задач школьного курса на теорию делимости.
37. Продемонстрируйте решение олимпиадных задач на теорию делимости.
38. Продемонстрируйте решение задач ЕГЭ на теорию делимости.
39. Охарактеризуйте линейные диофантовы уравнения.
40. Продемонстрируйте методы решения нелинейных диофантовых уравнений.
41. Охарактеризуйте основные числовые функции.
42. Продемонстрируйте решение сравнений первой степени методом подбора.
43. Продемонстрируйте решение сравнений по таблице Кэли.
44. Продемонстрируйте решение систем сравнений методом Гаусса.
45. Продемонстрируйте решений сравнений по формулам Крамера.
46. Продемонстрируйте решение сравнений по разным модулям.
47. Продемонстрируйте применение китайской теоремы об остатках
48. Охарактеризуйте методы решения сравнений высших порядков.
49. Охарактеризуйте теорию индексов.
50. Охарактеризуйте квадратичные вычеты и невычеты.

#### **Четвертый семестр (Экзамен, ПК-3.2, ПК-6.1, ПК-6.2)**

1. Охарактеризуйте многочлены от одной переменной.
2. Охарактеризуйте кольцо многочленов от одной переменной.
3. Опишите построение кольца многочленов от одной переменной.
4. Опишите свойства кольца многочленов от одной переменной.
5. Опишите метод отделения корней многочлена.
6. Опишите теорему о количестве корней многочлена на промежутке.
7. Опишите метод Штурма и теорему Штурма.
8. Дайте понятие производной многочлена.
9. Опишите метод отделения кратных корней.
10. Продемонстрируйте использование понятия производной многочлена для решения задач школьного курса.
11. Охарактеризуйте теорему о делении с остатком в кольце многочленов.
12. Опишите алгоритм Евклида.
13. Охарактеризуйте каноническое разложение многочленов.
14. Охарактеризуйте многочлены от нескольких переменных.
15. Охарактеризуйте кольцо многочленов от нескольких переменных.
16. Охарактеризуйте кольцо многочленов от одной переменных.
17. Опишите существование кольца многочленов от нескольких переменных.
18. Опишите изоморфизм колец многочленов.
19. Дайте понятие симметрических многочленов.
20. Опишите основную теорему о симметрических многочленах.
21. Приведите доказательство лемм о симметрических многочленах.
22. Дайте понятие результанта многочленов.
23. Продемонстрируйте применение результанта многочленов к решению систем уравнений.
24. Охарактеризуйте формулы Кардано и Феррари.
25. Продемонстрируйте применение формулы решения уравнений 3й и 4й степеней.
26. Охарактеризуйте многочлены от одной переменной.
27. Дайте понятие многочлена от одной переменной.
28. Охарактеризуйте Корень многочлена.
29. Опишите теорему Безу.
30. Охарактеризуйте деление с остатком в кольце многочленов.
31. Продемонстрируйте решение уравнений третьей степени по формулам Кардано.
32. Продемонстрируйте решение уравнений четвертой степени по формулам Феррари.
33. Дайте понятие кратного корня.

34. Продемонстрируйте отделение корней многочлена.
35. Продемонстрируйте применение схемы Горнера к нахождению значений многочлена.
36. Продемонстрируйте применение схемы Горнера к делению многочленов.
37. Дайте понятие неприводимых многочленов.
38. Продемонстрируйте каноническое разложение над вещественными числами.
39. Продемонстрируйте каноническое разложение над комплексными числами.
40. Дайте понятие многочлена от нескольких переменных.
41. Охарактеризуйте нормальное представление многочлена.
42. Опишите отношение порядка на одночленах.
43. Продемонстрируйте нахождение высших членов.
44. Продемонстрируйте выражение многочлена от корней через коэффициенты.
45. Опишите полиномы над целыми и рациональными числами.
46. Опишите критерий Эйзенштейна.
47. Продемонстрируйте каноническое разложение над целыми числами.
48. Охарактеризуйте многочлены над кольцами вычетов.
49. Охарактеризуйте многочлены над полями вычетов.
50. Продемонстрируйте решение задач на применение теории многочленов в школьном курсе.

**84. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Собеседование (устный ответ) на зачете

Для оценки сформированности компетенции посредством собеседования (устного ответа) студенту предварительно предлагается перечень вопросов или комплексных заданий, предполагающих умение ориентироваться в проблеме, знание теоретического материала, умения применять его в практической профессиональной деятельности, владение навыками и приемами выполнения практических заданий.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала;
- умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы по изучаемой проблеме;
- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;

–теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

#### Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки.

Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу.

Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

### **9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы Основная литература**

1. Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] : учеб. пособие / И. М. Виноградов. – 12-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2009. – 176 с.

2. Михалева, М. М. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Михалева, Б. М. Веретенников . - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. Ч. 1. – 51 с. – URL : [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=276012&sr=1](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=276012&sr=1).

3. Тарышников, Е. Е. Основы алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е. Е. Тарышников. – М. : Физматлит, 2017. – 464 с. – URL : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485535>.

#### **Дополнительная литература**

1. Баврин, И. И. Высшая математика для педагогических направлений : учеб. для бакалавров / И. И. Баврин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2014. – 616 с.

2. Бугров, Я. С. Высшая математика : учеб. для вузов : в 3 т. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – М. : Дрофа, 2006. – 284 с.

### **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://edu.ru> – Федеральный портал «Российской образование».

2. <http://mathprofi.ru> – Высшая математика для заочников и не только.

3. <http://www.allmath.ru/mathan.htm> – Вся математика в одном месте.

### **11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)**

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- изучив весь материал, выполните итоговый тест, который продемонстрирует

готовность к сдаче зачета.

Алгоритм работы над каждой темой:

– изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;

- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные категории и персонажи по теме, используя

лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к зачету;

– составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на лабораторном занятии;

- выучите определения терминов, относящихся к теме;

– продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме;

– подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;

- продумывайте высказывания по темам, предложенным к лабораторному занятию.
- Рекомендации по работе с литературой:
- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
  - составьте собственные аннотации к другим источникам на карточках, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к зачету;
  - выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

## **12. Перечень информационных технологий**

Для изучения дисциплины требуется знание офисных технологий для работы с информацией, предоставляемой в электронном виде

### **12.1 Перечень программного обеспечения**

**(обновление производится по мере появления новых версий программы)**

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. Kaspersky Business Space Security

### **12.2 Перечень информационных справочных систем (обновление выполняется еженедельно)**

#### **12.3 Перечень современных профессиональных баз данных**

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn----8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiihbv9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com (<http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

## **13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в информационной системе 1С:Университет.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения учебных занятий.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Автоматизированное рабочее место в составе (учебный мультимедийный комплекс трибуна, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Учебная аудитория для проведения учебных занятий.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы.

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы.

Читальный зал электронных ресурсов.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (компьютер 12 шт., мультимедийный проектор 1 шт., многофункциональное устройство 1 шт., принтер 1 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.